On the effects at colliding $\mu$ meson beams

F.F. Tikhonin

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980, Russia

Abstract

Possible influence of the weak interaction on the $\mu^+ + \mu^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ scattering and the $\mu^+ + \mu^- \rightarrow e^+ + e^-$ reaction, both through the neutral lepton currents and the charged ones (in the second order on weak constant), are considered. The calculations show that $P$-odd effects in the mentioned processes would prove the existence of the neutral currents which, in their turn, give the principal basis for explanation of the mass difference of a muon and an electron from the point of view of \cite{1}.

1. At present in the elementary particle physics the region of lengths of $10^{-15} cm$ is investigated. On the way to the yet smaller distances, which undoubtedly will be an object of experimental investigations, there is a scale of the so called weak interactions

$$l_W = \sqrt{\frac{G_W}{hc}} \approx 0.61 \cdot 10^{-16} cm.$$  \hfill (1)

Physics effects at this distance represent a significant interest by number of reasons. Colliding beams of designed accelerators in not-so-far future will give possibility of approaching to a great extent to the scale of weak interaction.

Below some effects of muon physics are considered at colliding $\mu^-$ meson beams at high energies. In particular, such experiments will give the possibility to check out the existence of neutral currents in the weak interactions of the type $(\bar{\mu}\mu)$ and $(\bar{e}e)$.

In this respect it is interesting to evaluate the impact of higher approximations on the weak constant. A possibility of experimental approach to the elucidation of the higher approximation contributions represents considerable principal interest for the field theory in general, because the weak interactions are nonrenormalizable. The existence of neutral currents (not necessary with the universal coupling constant) should give the possibility, in principle, to explain mass difference of electron and muon in the spirit of the paper \cite{2}, because just such a type of interactions give contributions of different signs to the masses of electron and muon, if their fields satisfy equations $(i\slashed{p} + m)\phi_I = 0$ and $(i\slashed{p} - m)\phi_{II} = 0$, respectively.

2. Let’s calculate the cross section, corresponding to diagrams of the Fig.1, i.e. take in account the weak interactions of a muon as well as the Electromagnetic one. Denoting momenta of initial $\mu^-$ and $\mu^+$ particles as $s_1$ and $t_1$ and of the final particles as $s_2$ and $t_2$, respectively, write out the required matrix element

$$\mathcal{M} = -\frac{e^2}{q^2} \left[ \bar{u}(s_2)\gamma_\mu u(s_1) \right] \left[ \bar{v}(t_1)\gamma_\mu v(t_2) \right]$$  \hfill (2)
\[ + \frac{e^2}{k^2} \left[ \bar{u}(s_2) \gamma_\mu v(t_2) \right] \left[ \bar{v}(t_1) \gamma_\mu u(s_1) \right] + \frac{G}{\sqrt{2}} \left[ \bar{u}(s_2) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v(t_2) \right] \left[ \bar{v}(t_1) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(s_1) \right]; \]

in the c.m.s. we have in the relativistic limit \( q^2 = -4E^2 \sin^2 \theta / 2 \), \( k^2 = 4E^2 \), where \( \theta \) is the scattering angle and \( E \) is the initial energy of colliding beams. Effective cross-section is calculated by the formula

\[
d\sigma = \frac{(2\pi)^4|M|^2}{4[(s_1t_1)^{1/2}]} \frac{d\tilde{s}_2}{d\tilde{t}_2} \delta^{(4)}(s_2 + t_2 - s_1 - t_1),
\]

and the differential cross section in the c.m.s. at large energies \( r_0 = \frac{\alpha}{\mu} = 1.36 \cdot 10^{-15} \text{cm} \) is:

\[
\frac{d\sigma}{d(\cos \theta)} = \frac{\pi r_0^2}{8} \frac{\left( \frac{\mu}{E} \right)^2}{\sin^4 \theta / 2} \left\{ 2 \frac{1 + \cos^4 \theta / 2}{\sin^4 \theta / 2} + (1 + \cos^2 \theta) - 4 \frac{\cos^2 \theta / 2}{\sin^2 \theta / 2} \right\} + \mathcal{E}^{(n)} \left( 1 - \frac{1}{\sin^2 \theta / 2} \right).
\]

Here the parameter \( \mathcal{E}^{(n)} \) is introduced, which describes the extent of influence of weak interactions on \( \mu^- \mu^+ \) scattering,

\[
\mathcal{E}^{(n)} = \frac{8GE^2}{c^2 \sqrt{2}} = 6.2 \cdot 10^{-4} \frac{E^2}{m_N^2},
\]

where \( m_N \) is the nucleon mass.

Angular distributions of pure electromagnetic scattering (Bhabha one), and distributions taking into account the "weak" corrections are shown on the Fig. 3; corresponding numerical values are displaced in Table 1 for the muon energies in the c.m.s. of 25, 30, and 50 GeV.

The most notable deviations from the electromagnetic distributions are in the angle region of 70° – 100°, so the measurements, made with the enough precision, could reveal an expected difference. In these calculations the usual constant of weak interactions was used. Possibly, this is so indeed (in pure leptonic processes), although the search of e.g. the \( K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- \) decay gives the following relation [2]:

\[
\frac{\Gamma(K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)}{K^0 \rightarrow \mu \nu} \leq 1.5 \cdot 10^{-6}.
\]

3. A parity nononconservation effect in the process under investigation will be exhibited most clearly in the appearance of the longitudinal polarization of the scattered muons AT the unpolarized initial beams. For the calculation of polarization degree we will not sum on the spin directions of the scattered muon. The muon polarization 4-vector at the considered energies can be written in the following form

\[
s \approx \frac{E_{\mu}}{\mu} (\vec{n} \cdot \vec{\xi})(1, \vec{n}),
\]
where \( \vec{n} = \frac{\vec{s}}{|s|} \) and \( \vec{\xi} \) is the unit vector on the muon polarization direction in its rest frame. Again it can be found that pure electromagnetic part of cross-section don’t change, and remaining terms acquire the common factor \((1 - \cos \Theta)\), where \( \Theta \) is the angle between \( \vec{n} \) and \( \vec{\xi} \).

Now, for the longitudinal polarization the following expression can be found:

\[
P_l = \frac{-\mathcal{E}^{(n)}(1 - \frac{1}{\sin^2 \theta/2}) + \mathcal{E}^{(n)}(1 + \cos \theta)^2}{2 \frac{1 + \cos^2 \theta/2}{\sin^2 \theta/2} + (1 + \cos^2 \theta) - 4 \frac{\cos^2 \theta/2}{\sin^2 \theta/2} + \mathcal{E}^{(n)}(1 - \frac{1}{\sin^2 \theta/2} + \mathcal{E}^{(n)})(1 + \cos \theta)^2}
\]  

(8)

Polarization degrees for several scattering angle values are shown in Table 1. Smallness of \( P_l \) hampers its measurement, but instability of muons simplifies situation, because the muon polarization can be revealed by considering the angular distributions of the decay products. Note, that in the process \( \mu^+ + \mu^- \rightarrow e^+ + e^- \) polarization can reach sizable values, but its measurement is rather difficult. We will address this process later.

4. In the case of finding the \( P \)-odd effects in the \( \mu^+ \mu^- \) scattering we must be sure, that their source is namely the neutral currents. To this end let’s evaluate the contribution of the weak interactions at the second order through the charged currents, and write out the matrix element, corresponding to diagrams of the Fig. 2 with the regularized distribution functions of neutrinos.

\[
\mathcal{M}^{(2)} = \frac{G^2}{4} \frac{1}{(2\pi)^8} \delta^{(4)}(s_1 + t_1 - s_2 - t_2) \frac{\mu^2}{E^2} \int_0^{\Lambda^2} d\lambda_1 \int_0^{\Lambda^2} d\lambda_2 \int d^4 k \left\{ \left[ \bar{u}(s_2)\Gamma_\nu u(s_1)\bar{v}(t_2)\Gamma_\mu v(t_1) \right] T R \left( \frac{k}{(k^2 - \lambda_1)^2} \Gamma_\nu \frac{k + \vec{s}_1 - \vec{s}_2}{[k^2 + 2k \cdot (s_1 - s_2) + (s_1 - s_2)^2 - \lambda_2]^2} \Gamma_\mu \right) - \left[ \bar{u}(s_2)\Gamma_\mu v(t_2)\bar{v}(t_1)\Gamma_\nu u(s_1) \right] T R \left( \frac{k}{(k^2 - \lambda_1)^2} \Gamma_\mu \frac{k - \vec{s}_1 + \vec{t}_1}{[k^2 - 2k \cdot (s_1 + t_1) + (s_1 + t_1)^2 - \lambda_2]^2} \Gamma_\nu \right) \right\}
\]

(9)

The integrals in this expression have the following form

\[
I^{\alpha\beta}(s_1 - s_2) = \int_0^{\Lambda^2} d\lambda_1 \int_0^{\Lambda^2} d\lambda_2 \int d^4 k \frac{k^\alpha}{(k^2 - \lambda_1)^2} \frac{k^\beta + s_1^\beta - s_2^\beta}{[k^2 + 2k \cdot (s_1 - s_2) + (s_1 - s_2)^2 - \lambda_2]^2}.
\]

(10)

By expanding it as a power series and retaining only the main terms in \( \Lambda \) we obtain for both integrals in (9)

\[
I_2^{\alpha\beta} = I_1^{\alpha\beta} = -\frac{\pi^2}{4} \Lambda^2 g^{\alpha\beta}.
\]

(11)

Scattering cross section corresponding to the diagrams of Fig. 2 has the form

\[
\frac{d\sigma}{d(\cos \theta)} = \frac{3(G\Lambda)^4 E^2}{2^3\pi^5} (1 + \cos \theta)^2.
\]

(12)

Defining from this the parameter \( \mathcal{E}^{(ch)} \) corresponding to the \( \mathcal{E}^{(n)} \) introduced earlier, we can characterize the comparative influence of charged and neutral weak currents on the muons scattering by the parameter

\[
\xi_W(\Lambda) = \frac{\mathcal{E}^{(ch)}}{\mathcal{E}^{(n)}} = 12.4 \cdot 10^{-7} \left( \frac{\Lambda}{m_N} \right)^2.
\]

(13)
For the three values of $\Lambda$ (in units of nucleon mass) one obtains
\[\xi_W(50) \cong 3.2 \cdot 10^{-3}, \quad \xi_W(100) \cong 12.4 \cdot 10^{-3}, \quad \xi_W(300) \cong 10^{-1}.\] (14)

There are some reasons to assume that the most probable value of $\Lambda$ is less than 100. In this case values of $\xi_W$ indicate that neutral currents are more preferable in the $\mu^+ \mu^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ scattering if neutral Fermi constant is sufficiently large. However, let us draw attention to the fact, that these conclusions obtained at the presumption, that in the course of calculation in the second order of perturbation theory on $G$ the main divergence was $\Lambda^2$, although there is a possibility that in the consistent theory this term does not contribute \[3\]. In this case arguments in the favor of neutral currents are greatly enhanced. Thus, the most important question in the nonrenormalizable theories on divergences expects its direct experimental resolution. In view of great successes in the developing of accelerator techniques at colliding beams this task is not the subject of far away future.

5. Note, that the presence of exchanged diagram at the Fig. 1 has strong influence on the scattering process causing the singular dependence on the scattering angle. From the other side this digram is absent in the reaction
\[\mu^+ + \mu^- \rightarrow e^+ + e^-\]
and one expects more clear picture of angular distribution of electrons at all values of $\theta$. With the weak diagram taken into account one obtains the following form of the cross section
\[
\frac{d\sigma}{d\cos \theta} = \frac{\pi \alpha}{8 E^2} \left[ 1 + \cos^2 \theta + \xi_W^{(n)} (1 + \xi_W^{(n)}(1 + \cos \theta)^2) \right].\] (15)

Table 1 contains the numerical characteristics of this process and Fig.4 shows the angular distribution of electrons. A considerable influence of the weak interaction on this process is noticeable.

Now evaluate the second order on $G$ in the reaction $\mu + \mu^- \rightarrow e^+ e^-;$ here
\[
\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4 G^2 E^2}{(2\pi)^5} (G\Lambda^2)^2 (1 + \cos \theta)^2.\] (16)

The relative influence of the weak neutral and charged currents is characterized by the same value of $\xi_W$ as in the case of the process
\[\mu^+ + \mu^- \rightarrow \mu^+ \mu^-\]

6. From the calculations made above it can be concluded, that experiments with the colliding $\mu^+$ and $\mu^-$ beams would allow to reveal the influence of weak interaction. Manifestation of a parity non-conservation effects (with equal coupling constants of charged and neutral currents) might be considered as revealing the neutral currents of type $(\bar{\mu}\mu)$ and $(\bar{e}e)$. And even in the case if $G_{\text{neutral}} \simeq (10^{-2} - 10^{-3})G_{\text{charged}}$ this conclusion will remains true.

Let’s stress, that the considerations made above are based on the perturbation theory, which possibly is inapplicable at the critical energy of weak interaction. Approaching this critical region it is required to take into account, in some form, a change of the initial state (its damping).

Author sincerely grateful to ac. M.A.Markov for proposal to theoretically investigate effects at the colliding beams and for permanent discussion of all issues concerning this work.
References

[1] M.A.Markov, Nucl. Phys., 55, 130 (1964).

[2] A.Rosenfeld et al., Preprint UCRL - 8030 (Aug. 1968).

[3] B.L.Ioffe, JETP, 38, 1608 (1960), M.A.Markov, JINR Preprint D-677, Dubna 1960 (In Russian), R.A.Asanov, B.N. Valuev, ibid.

[4] See also: http://www.fnal.gov/projects/muon_collider/history.html

Received October 16, 1968.
Table and figure captions.

- Table 1. Angular distribution and polarization of final beam in the $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ scattering.

- Table 2. Angular distribution and polarization of final beams in the process $\mu^+\mu^- \rightarrow e^+ + e^-$.  

- Fig 1. Diagrams for the $\mu^+\mu^-$ scattering at tree level are shown.

- Fig 2. Diagrams for the $\mu^+\mu^-$ scattering at one-loop are shown.

- Fig 3. Angular distributions of the process $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ are shown. Curve 1.: Bhabha angular distribution, Curve 2.: distribution with the weak interactions taken into account.

- Fig 4. Angular distributions of the process $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ are shown. Curve 1. is for pure electromagnetic process and Curve 2. represents distribution with the weak interactions taken into account.
Ф.Ф. Тихонин

К ЭФФЕКТАМ НА ВСТРЕЧНЫХ $\mu$-МЕЗОННЫХ ПУЧКАХ

1968
On the Effects of the Clashing $\mu$-Meson Beams

Possible effect of the weak interaction on the $\mu^+ + \mu^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ scattering and the $\mu^+ + \mu^- \rightarrow e^+ + e^-$ reaction, both through the neutral lepton currents and the charged ones (in the second order on weak constant), is being considered.

The calculations show that $P$-odd effects in the mentioned processes would prove the existence of the neutral currents which, in their turn, give the principal basis for explanation of the mass difference of a muon and an electron from the point of view of $\ref{1}$. 

---

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1968
1. В настоящее время в физике элементарных частиц исследуются закономерности в области длин (параметров удара) $10^{-15}$ см.

На пути к еще меньшим длинам, которые несомненно станут объектом экспериментальных исследований, имеется длина так называемых слабых взаимодействий

$$l_W = \frac{F_W}{h c} = 0,61 \cdot 10^{-16} \text{ см.}$$

Физические эффекты в области этих длин представляют по ряду причин значительный интерес. Встречные пучки проектируемых ускорителей не очень отдаленного будущего дают возможность значительно приблизиться к длине слабых взаимодействий.

Ниже рассмотрены некоторые эффекты $\mu$-мезонной физики для встречных $\mu$-мезонных пучков высоких энергий. Эксперименты на встречных пучках мюонов дают возможность выяснить реальность нейтральных токов в слабых взаимодействиях вида $(\mu \overline{\mu})$ и $(\overline{\mu} \mu)$.

В этой связи представляет интерес оценка роли высших приближений по слабой константе. Возможность экспериментального подхода к выяснению роли вкладов высших приближений представляет значительный принципиальный интерес для теории поля вообще, т.к. слабые взаимодействия неренормируемы. Присутствие нейтральных токов (не обязательно с универсальной константой) дало бы возможность, в принципе, объяснить разницу масс электрона и мюона в духе работы$^1$, так как именно такого типа взаимодействия дают вклады разного знака в массы электро-
на и мюона, если относящиеся к ним поля удовлетворяют уравнениям
\((p_1 + m) \phi_1 = 0\) и \((p_1 - m) \phi_\mu = 0\), соответственно.

2. Вычислим сечение рассеяния, соответствующее диаграммам рис.1,
т.е. учтем как слабое, так и электромагнитное взаимодействие мюонов.
Обозначив импульсы начальных \(\mu^-\) и \(\mu^+\) - частиц через \(s_1\) и \(t_1\), а конечных - через \(s_2\) и \(t_2\), соответственно, запишем необходимый матричный элемент

\[
\mathcal{M} = -\frac{e^2}{q^2} \left[ u(s_1) \gamma_\mu u(s_1) \right] \left[ v(t_1) \gamma_\mu v(t_2) \right] + \]
\[
+ \frac{e^3}{4} \frac{1}{k^2} \left[ u(s_2) \gamma_\mu v(t_2) \right] \left[ \bar{\psi}(t_1) \gamma_\mu u(s_1) \right] + \]
\[
+ \frac{G}{\sqrt{2}} \left[ u(s_2) \gamma_\mu (1 + i \gamma_5) v(t_2) \right] \left[ \bar{\psi}(t_1) \gamma_\mu (1 + i \gamma_5) u(s_1) \right] ; \tag{1}
\]

в с.н.м. имеем в релятивистском пределе \(q^2 = -4E^2 \sin^2 \theta/2\), \(k^2 = 4E^2\),
где \(\theta\) - угол рассеяния и \(E\) - начальная энергия сталкивающихся пучков.

Эффективное сечение рассчитываем по формуле

\[
d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{4[(s_1^2 - m^4)^h]} \left[ \frac{\partial^2}{\partial s_2^2} \frac{\partial^2}{\partial t_2^2} \delta^4(s_2 - t_2 - s_1 - t_1) \right] \tag{2}
\]

и в с.н.м. получаем при больших энергиях \(\tau_0 = \frac{e}{E} \approx 1.56 \times 10^{-15}\ cm\)

\[
d\sigma = \pi \frac{\tau_0^2}{8} \left( \frac{2}{E} \right) \left[ 2 \frac{1 + \cos^2 \theta/2}{\sin^4 \theta/2} + (1 + \cos^2 \theta) - 4 \frac{\cos^2 \theta/2}{\sin^3 \theta/2} \right] + \]
\[
\delta^{(a)} (1 - \frac{1}{\sin^2 \theta/2}) + \delta^{(a)} (1 + \cos \theta)^3 \frac{1}{2} \tag{2'}
\]

Здесь введен параметр \(\delta^{(a)}\), характеризующий степень воздействия слабых взаимодействий на \(\mu^-\mu^+\)-рассеяние,

\[
\delta^{(a)} = \frac{8GE^2}{e^2 \sqrt{2}} = 6.2 \times 10^{-4} \frac{E^2}{m_N^2} , \tag{3}
\]

где \(m_N\) - масса нуклона.
Угловое распределение чисто электромагнитного рассеяния (рассеяния Баба) и распределение с учетом растущих с энергией "слабых" поправок показано на рис. 3; соответствующие численные значения приведены в таблице 1 для энергий мюонов в с.и.м. 25, 30 и 50 ГэВ. Наиболее сильное отклонение от электромагнитного распределения наблюдается в области углов 70 – 100°, так что с достаточной точностью проведенные измерения смогли бы выявить ожидаемое различие. Следует обратить внимание на то, что в расчетах использовалась обычная константа слабых взаимодействий. Возможно, так и есть на самом деле (в чисто лептонных процессах), хотя поиски, например, распадов $K^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ устанавливают соотношение $2/3$: 

$$ \frac{\Gamma(K^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\Gamma(K \rightarrow \mu\nu)} \leq 1.5 \cdot 10^{-6}. $$

3. Эффект несохранения четности в исследуемом процессе наиболее отчетливо проявляется в возникновении продольной поляризации рассеяния мюонов при неполяризованных начальных пучках. Для вычисления степени поляризации мы будем суммировать по направлениям спины рассеянного мюона. 4-вектор поляризации мюона при рассматриваемых энергиях можно записать в виде 

$$ \vec{p} = \frac{E}{\mu} (\vec{\xi} \cdot \vec{p})(1, \vec{a}), $$

где $\vec{a} = \frac{\vec{s}_2}{|\vec{s}_2|}$ и $\vec{\xi}$ - единичный вектор в направлении поляризации мюона в его системе покоя. Снова произведем вычисления, находим, что чисто электромагнитная часть сечения не меняется, а остальные члены приобретают общий множитель $(1 - \cos\Theta)$, где $\Theta$ - угол между $\vec{a}$ и $\vec{\xi}$. Теперь для продольной поляризации получаем выражение 

$$ P_\parallel = - \mathcal{E}^{(a)} \left( 1 - \frac{1}{\sin^2 \Theta/2} \right) + \mathcal{E}^{(a)} (1 + \cos\Theta)^2 $$

$$ \frac{1 + \cos^4 \Theta/2}{\sin^4 \Theta/2} + (1 + \cos^2 \Theta) - 4 \frac{\cos^4 \Theta/2}{\sin^2 \Theta/2} + \mathcal{E}^{(a)} (1 - \frac{1}{\sin^2 \Theta/2} \mathcal{E}^{(a)} (1 + \cos\Theta)^2 $$

\[ \text{(4)} \]
Для различных значений углов значения $P_2$ приведены в табл. 1. Малость величины $P_2$ затрудняет ее измерение, но нестабильность мюнов упрощает положение, поскольку поляризуемость мюнов можно обнаружить, рассматривая угловое распределение продуктов их распада. Отметим, что в процессе $\mu^+ + \mu^- \rightarrow e^+ + e^-$ поляризация достигает значительной величины, однако, ее измерение представляет большие трудности. К этому процессу мы вернемся позже.

4. Чтобы быть уверенными, что в случае обнаружения $P$-нечетных эффектов на $\mu^+ \mu^-$-рассеяние оказывают воздействие именно нейтральные токи, оценем теперь вклад слабых взаимодействий во втором порядке через заряженные токи. Выпишем соответствующий диаграммам рис. 2 матричный элемент с регулированными нейтральными функциями распространения, проинтегрировав по импульсу одного из нейтрино

$$
N^{(2)} = \frac{C^2}{4} \left( \frac{1}{2\pi} \right)^9 \int \frac{d^4 s_1}{s_1} \frac{d^4 s_2}{s_2} \frac{d^4 s_3}{s_3} \frac{d^4 k}{k^2} \left( \begin{array}{c}
\Gamma_{\mu}^\nu \Gamma_{\alpha}^\beta \\
\Gamma_{\alpha}^\beta \Gamma_{\mu}^\nu
\end{array} \right),
$$

$$
\times \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} \left( \begin{array}{c}
\Gamma_{\mu}^\nu \Gamma_{\alpha}^\beta \\
\Gamma_{\alpha}^\beta \Gamma_{\mu}^\nu
\end{array} \right). \tag{5}
$$

Входящие сюда интегралы имеют вид

$$
\tau_{\alpha \beta} (s_1 - s_3) = \int \frac{d^4 s_1}{s_1} \frac{d^4 s_2}{s_2} \frac{d^4 k}{k^2} \left( \begin{array}{c}
\Gamma_{\alpha}^\beta \\
\Gamma_{\beta}^\alpha
\end{array} \right),
$$

$$
\times \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \left( \begin{array}{c}
\Gamma_{\alpha}^\beta \\
\Gamma_{\beta}^\alpha
\end{array} \right).
$$

Оставляя лишь главную степень расходимости по $\lambda$, этот интеграл можно вычислить, при этом получаем

$$
\tau_{\alpha \beta} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \cdot \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2}.
$$

1
Сечение рассеяния, представленное диаграммами рис.2, имеет вид
\[ \frac{d\sigma}{d(\cos \theta)} = \frac{3(C \Lambda)^2 e^2}{\pi^2 m^2} (1 + \cos \theta)^2. \]  
(6)

Определяя относительный параметр \( \xi \), соответствующий ранее введенной \( \xi^{(a)} \), мы можем охарактеризовать относительную степень воздействия заряженных и нейтральных слабых токов на рассеяние мюнонов величиной
\[ \xi = \frac{\xi^{(a)}}{\xi^{(s)}} = 12.4 \cdot 10^{-7} \left( \frac{\Lambda}{m_N} \right)^2. \]  
(7)

Для трех значений \( \Lambda \) в единицах нуклонной массы получаем значения
\[ \xi^{(50)} = 3.2 \cdot 10^{-3}, \quad \xi^{(100)} = 12.4 \cdot 10^{-3}, \quad \xi^{(300)} = 10^{-1}. \]  
(8)

Есть некоторые основания полагать, что наиболее вероятное значение \( \Lambda \approx 100 \). В этом случае значения \( \xi \) указывали бы на предпочтительность нейтральных токов в рассеянии \( \mu^+ \mu^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \) при достаточно большой величине нейтральной фермиевой константы. Следует обратить внимание на то, что эти заключения получены в предположении, что при вычислении второго порядка теории возмущений по \( G \) главная расходимость (\( \Lambda^2 \)) была учтена, хотя не исключено, что в последовательной теории этот член и не дает вклада/3/. В последнем случае еще больше усиливаются аргументы в пользу нейтральных токов. Таким образом, важнейшей в неперенормируемой теории вопрос о расходимостях должен своего прямого экспериментального решения в опыте может быть и не так уж беспредельно отдаленным будущего, если учесть успехи в развитии техники ускорителей на встречных пучках.

5. Нужно отметить сильное влияние присутствия обменной диаграммы (рис.1) на процесс рассеяния, что дает сингулярную зависимость от угла рассеяния. с другой стороны, такая диаграмма отсутствует в реакции
\[ \mu^+ \mu^- \rightarrow e^+ e^- \].
и поэтому ожидается более четкая картина углового распределения электронов при всех значениях $\theta$. Сечение с учетом слабой диаграммы имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d(\cos \theta)} = \frac{\pi}{8} \frac{a}{E^2} [(1 + \cos^2 \theta) + \phi_4 (1 + \phi_1 (1 + \cos \theta)^2)].$$

Таблица 2 содержит численные характеристики этого процесса, а на рис.4 приведено угловое распределение электронов. Видно значительное влияние слабой добавки на этот процесс.

Оценим теперь второй порядок по $C$ в реакции $\mu^+\mu^- \rightarrow e^+e^-$; здесь

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4G_F^2E^2}{(2\pi)^3} (\frac{C\Lambda^2}{M^2})^2 (1 + \cos \theta)^2.$$

Относительная степень участия слабых нейтральных и заряженных токов характеризуется такими же значениями $\xi_\nu$, что и в случае процесса $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-.$

6. На основании проведенных расчетов приходим к заключению, что эксперименты на встречах $\mu^-$ и $\mu^- -$пучках позволят обнаружить влияние слабого взаимодействия в этом опыте. При равных константах нейтральных и заряженных токов появление несохраняющих четность эффектов можно рассматривать как обнаружение нейтральных токов типа $(\bar{\nu} \mu)$ и $(\bar{e} \nu).$ И даже при $C_{\text{neutral}} = 10^{-2}$–$10^{-3}$ заключение останется верным.

Следует подчеркнуть, что предыдущее рассмотрение основано на применении теории возмущений, которая в области критической энергии слабого взаимодействия, возможно, не применима.

При приближении к этой критической области необходимо учитывать в какой–то форме изменения начального состояния (его затухание).

Автор искренне благодарен академику М.А. Маркову за предложение теоретического исследования эффектов на встречах пучках и постоянное обсуждение всех затрагиваемых вопросов работы.
Литература

1. M.A. Markov. Nucl. Phys., 55, 130 (1964).
2. A. Rosenfeld et al., Preprint UCRL - 8030 (aug, 1968).
3. Б.Л. Иоффе. ЖЭТФ, 28, 1808 (1960). М.А. Марков. Препринт СИЯИ Д-677,
   Дубна 1960. ; Р.А. Асанов, Е.Н. Валуев, там же.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 октября 1968 года.
### Таблица 1

| $\theta$ | $E = 25$ В | $E = 30$ В | $E = 50$ В | $P_c(25$ В) |
|----------|------------|------------|------------|-------------|
| 75°      | 15,88      | 15,1       | 15,3       | $5 \cdot 10^2$ |
| 90°      | 8,76       | 8,36       | 9,83       | $3 \cdot 10^2$ |
| 105°     | 6,17       | 5,9        | 6,74       | $10^2$       |
| 120°     | 4,7        | 4,7        | 5,17       | $10^2$       |
| 135°     | 4,2        | 4,2        | 4,38       | ~            |
| 150°     | 4,05       | 4,05       | 4,1        | ~            |
| 180°     | 4          | 4          | 4          | 0            |

Условное распределение и поляризация конечного луча в рассеянии $\mu^- \mu^- \rightarrow \mu^- \mu^-$. 
| θ  | $f^B(θ)$ | $f^W(θ)$ | $f^B(θ) + f^W(θ)$ | $|P_0(25\text{ MeV})|$ |
|----|----------|----------|-------------------|------------------|
| 0° | 2        | 2.24     | 4.24              | 0.52             |
| 30°| 3/4      | 4.06     | 3.71              | 0.52             |
| 45°| 3/2      | 1.63     | 3.13              | 0.52             |
| 60°| 5/4      | 1.26     | 2.51              | 0.50             |
| 90°| 1        | 0.56     | 1.56              | 0.36             |
| 120°| 5/4    | 0.14     | 1.39              | 0.10             |
| 135°| 3/2    | 3.05     | 1.55              | ~                |
| 150°| 7/4    | 0.01     | 1.76              | ~                |
| 180°| 2       | 0        | 2                 | 0                |

Угловое распределение и поляризация конечного пучка в реакции $μ^+μ^- → e^+e^-$

$f^B(θ) = 1 + \cos^2θ$

$f^W(θ) = \delta(\nu)(1 + \delta(\nu))(1 + \cosθ)^2$
Рис. 3

1. Угловое распределение Баба

2. Распределение с учётом срыва взаимодействия

$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(10^{-8} \text{ см}^2\right)$

$E = 25 \text{ ГэВ}$
1 - кривая гистограммного процесса $\mu^+\mu^-\rightarrow e^+e^-$ и

2 - с учётом слабого взаимодействия.