ELECTRODYNAMIC MODELING OF ADD-DROP FILTERS ON OPTICAL MICRORESONATORS

Alexander. A. Trubin
Institute of Telecommunication Systems
Igor Sikorsky Kyiv Politechnic Institute, Kyiv, Ukraine

Background. At the present time, further increase in the speed of processing and transmission of information is associated with the development of hybrid integrated circuits, combining electrical and optical components. One of the important constituent parts of future optical integrated circuits are filters that can be conveniently implemented using so-called disc microresonators with whispering gallery oscillations.

Technically, the problem of manufacturing such filters in the infrared and even in the visible wavelength range has been solved, but calculation of parameters and tuning of multilink filters is impossible without further development of the theory of their building. The development of such a theory is based on the electrodynamic modeling of processes that occur in complex systems of coupled microcavities, coupled also with transmission line. At present, the study of filters built on different microresonators has not been carried out.

Objective. The aim of the research is to construct the theory of scattering of electromagnetic waves of the integral optical transmission lines on systems of coupled different optical microresonators with whispering gallery modes. Development of mathematical models of filters constructed using various disk microresonators. Investigation of new structures of coupled microresonators with acceptable scattering characteristics.

Methods. To construct a mathematical model of filters, an approximate solution of the Maxwell equations based on perturbation theory is used. The application of perturbation theory made it possible to find a solution to the problem of calculating the S-matrix of the filter in an analytical form.

Results. An electrodynamic model for scattering of optical transmission line waves based on a system of coupled microresonators of different shapes and made of different dielectrics is developed. New structures of microresonators, realizing bandpass and bandstop filters, are investigated and their scattering characteristics are calculated.

Conclusions. The theory of scattering of electromagnetic waves by systems of various coupled optical microresonators is expanded. A new definition of the coupling coefficients of different microresonators is given. New models of filters are constructed.

Keywords: infrared range; integrated optics; optical filter; bandstop filter; bandpass filter; microresonator

Introduction

The use of microresonators in the filters will allow us to create optical communication and computation devices with channel separation by wavelength in the integral design, therefore the development of Add-drop filters is an actual technical task. Today, the development of Add-drop filters relies on modeling based on the use of equivalent circuits, and in the case of using whispering gallery modes (WGM), on the theory of connected lines [1-8].

Statement of the problem

The purpose of this article is to apply the methods of electrodynamic modeling of scattering processes on systems of optical microresonators based on the representation of coupled oscillations of microresonator systems [9].

The filters electrodynamic modeling

To build electrodynamic models of the filters, the following assumptions were made:

It was assumed that a pair of degenerate orthogonal WGM, characterized by a given parity relative to a plane of symmetry A – A of the structure, is excited in each microresonator (Fig.1, a).

All microresonators are coupled only with neighboring ones. They can also radiate to the transmission line and to an open space.

We know the coupling coefficients of each microcavity with the transmission lines, as well as all the coefficients of mutual coupling between them.

In all structures (Fig. 1, 3, 4, a), the transmission line wave falls on the microresonator system through port 1. So 2 is a Through port; 3 is a Drop port; 4 is an Add port [1-8].
A. Trubin. Electrodynamic Modeling of Add-Drop Filters on Optical Microresonators

Fig. 1. The structure of coupling microresonator and optical waveguide (a). Add-Drop Filter on N Ring microresonators (b). Comparison of S-matrix of the 3-microresonator filter from [4] and calculated by theory [9]: S_{21} - red; S_{31} - green curve.

Calculating parameters of Add-Drop Filters

At first, we calculated the frequencies of the coupled oscillations of the microresonators, taking into account the topology of the connection between themselves and the transmission lines, as well as open space. Using a system of equations [9], we calculated the frequencies and amplitudes of coupled oscillations of partial microresonators. In this case, the coupling matrix of the microresonators for the filter shown in Fig. 1, b was presented in the form:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11}^{eo} + k_{12}^{eo} + k_{2N}^{eo} \delta_{s2N-3} + k_{N+1}^{eo} \delta_{s(2N)+1} + k_{OS} \delta_{s} + \kappa_{s} \right \rangle \end{bmatrix}$$

where $k_{11}^{eo}$ - is the coupling coefficient of the 1st microresonator with the transmission line 1-2 (Fig. 1, b) on an even (or odd) oscillation; $k_{N}^{eo}$ - is the coupling coefficient of the Nth microresonator with the transmission line 3-4 also on an even (odd) oscillation; $k_{OS}$ is the coupling coefficient of the microresonator with Open Space; $\kappa_{s} = k_{12}^{eo} = k_{21}^{eo}$, if $|s-n| = 1$ and $\kappa_{s} = 0$ in other cases.

Fig. 2. Example of S-matrix dependences calculation on a frequency for Add-Drop Filters shown in Fig. 1, b, for the 2-5 microresonators. Coupling coefficients of the first and last microresonators with transmission lines: $\tilde{k}_{1}^{e} = 3 \cdot 10^{-4}$ for even oscillations; $\tilde{k}_{1}^{o} = 2 \cdot 10^{-4}$ for odd oscillations. Open Space microresonator coupling coefficients: $\tilde{k}_{OS} = 1 \cdot 10^{-7}$.

Mutual coupling coefficients of the microresonators for even oscillations: $k_{12}^{e} = k_{21}^{e} = 2,5 \cdot 10^{-4}$; for odd oscillations $k_{12}^{o} = k_{21}^{o} = -2,5 \cdot 10^{-4}$. Frequency of free microresonator oscillations $f_{0} = 200$ THz.

The found eigenvalue $\lambda$ and eigenvectors of the matrix $K$

$$B = \begin{bmatrix} b_{1}^{o1} & b_{1}^{o2} & \ldots & b_{1}^{o2N} \\ b_{2}^{o1} & b_{2}^{o2} & \ldots & b_{2}^{o2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N}^{o1} & b_{N}^{o2} & \ldots & b_{N}^{o2N} \end{bmatrix}$$ (1)

were used to solve the scattering problem on a system of coupled microresonators.
The reflection and transmission coefficients were determined from the ratios [9]:

\[ T_{1v}(\omega) = \delta_{2v} - \frac{Q^D}{\det B} \sum_{s=1}^{2N} \det B^s_{vQ}(\omega), \quad (2) \]

where for Add-drop filter:

\[ B^1_v = \begin{bmatrix} b^{e1}_1 & b^{e1}_2 & \ldots & b^{e1}_{2N} \\ b^{o1}_1 & b^{o1}_2 & \ldots & b^{o1}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b^{N1}_1 & \ldots & \ldots & b^{N1}_{2N} \end{bmatrix}, \]

\[ B^2_v = \begin{bmatrix} b^{e1}_1 & b^{e1}_2 & \ldots & b^{e1}_{2N} \\ b^{o1}_1 & b^{o1}_2 & \ldots & b^{o1}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b^{N1}_1 & \ldots & \ldots & b^{N1}_{2N} \end{bmatrix}, \]

\[ B^3_v = \begin{bmatrix} b^{e1}_1 & b^{e1}_2 & \ldots & b^{e1}_{2N} \\ b^{o1}_1 & b^{o1}_2 & \ldots & b^{o1}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b^{N1}_1 & \ldots & \ldots & b^{N1}_{2N} \end{bmatrix}, \]

\[ B^4_v = \begin{bmatrix} b^{e1}_1 & b^{e1}_2 & \ldots & b^{e1}_{2N} \\ b^{o1}_1 & b^{o1}_2 & \ldots & b^{o1}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b^{N1}_1 & \ldots & \ldots & b^{N1}_{2N} \end{bmatrix}. \]

\[ \tilde{k}_{ab}^{++} = \left( c_s^{a+b} - c_n^{a+b} \right) / \left( \omega_0 w_n \right) = \left( \tilde{k}_{ab}^{ab} \right)_0 e^{-\Gamma (z_n - z_n)}; \]

\[ \tilde{k}_{ab}^{--} = \left( c_s^{a-b} + c_n^{a-b} \right) / \left( \omega_0 w_n \right) = \left( \tilde{k}_{ab}^{ab} \right)_0 e^{\Gamma (z_n + z_n)}; \]

\[ Q_4(\omega) = \omega / \omega_0 + 2iQ^D (\omega / \omega_0 - 1 - k_s / 2); \]

\[ Q^D - \) is the dielectric Q-factor of the resonators; \]

\[ \omega_0 = 2\pi f_0; \quad f_0 - \) is the oscillation frequency of isolated microresonators; \]

\[ c_{s}^{a+b} - \) is the expansion coefficient of the sth microresonator field with a - mode on the propagating wave of the transmission line; \]

\[ w_n - \) is the energy stored in the microresonator dielectric; \]

\[ \Gamma - \) is the longitudinal wave number of the transmission line; \]

\[ z_n - \) is the longitudinal coordinate of the nth microresonator center. The scattering matrix coefficients: \[ S_{v1} = 20 \log \left| T_{1v} \right|. \]

### Double-channel SCISSOR parameters calculation

The coupling matrix of SCISSOR (side-coupled integrated spaced sequence of resonators) shown in Fig. 3, has the form:

\[ K = \left| i(\tilde{k}_n^{(a)})^{v}_{s} + \tilde{k}_n^{(s)} + \tilde{k}_{OS} \delta_{sn} + \kappa_{sn} (1 - \delta_{sn}) \right|. \]

Here \[ \tilde{k}_n^{(a)} - \) is the coupling coefficient of the sth microresonator with the vth transmission line. \]

\[ \kappa_{sn} = k_{sn} + ik_{ab}^{\pm} - \) is the complex coupling coefficient of the microresonator.

Formally, the filter transfer coefficient is (2), but for the SCISSOR structure:

\[ B^1_v = \begin{bmatrix} b^{e1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{e1}_u & \ldots & b^{e1}_{2N} \\ b^{o1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{o1}_u & \ldots & b^{o1}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b^{N1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{N1}_u & \ldots & b^{N1}_{2N} \end{bmatrix}, \]

\[ B^2_v = \begin{bmatrix} b^{e1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{e1}_u & \ldots & b^{e1}_{2N} \\ b^{o1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{o1}_u & \ldots & b^{o1}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b^{N1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{N1}_u & \ldots & b^{N1}_{2N} \end{bmatrix}, \]

\[ B^3_v = \begin{bmatrix} b^{e1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{e1}_u & \ldots & b^{e1}_{2N} \\ b^{o1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{o1}_u & \ldots & b^{o1}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b^{N1}_1 & \ldots & \sum_{u=1}^{2N} b^{N1}_u & \ldots & b^{N1}_{2N} \end{bmatrix}. \]
Here \( a \) also takes values even or odd depending on the type of \( u \) th microresonator oscillations.

Here is the mathematical representation:

\[
B_1^e = \begin{bmatrix}
\ldots & \sum_{u=1}^{2N} b_u^e k_{u1}^{ae} & \ldots & b_1^{2N}
\end{bmatrix} ;
\]

\[
B_1^o = \begin{bmatrix}
\ldots & \sum_{u=1}^{2N} b_u^o k_{u1}^{ao} & \ldots & b_1^{2N}
\end{bmatrix} ;
\]

\[
B_2^e = \begin{bmatrix}
\ldots & \sum_{u=1}^{2N} b_u^e k_{uN}^{ae} & \ldots & b_N^{2N}
\end{bmatrix} ;
\]

\[
B_2^o = \begin{bmatrix}
\ldots & \sum_{u=1}^{2N} b_u^o k_{uN}^{ao} & \ldots & b_N^{2N}
\end{bmatrix} ;
\]

Twisted double-channel SCISSOR parameters calculation

The coupling and \( B_i^a \) matrices of the Double-channel SCISSOR, shown in Fig. 4, have the form:

\[
K = \left| ( \tilde{k}_s^a + \tilde{k}_{OS} ) \delta_{sn} + \kappa_{sn} (1 - \delta_{sn}) \right|,
\]

where \( \tilde{k}_s^a = \tilde{k}_{(12)s} \) if \( s \leq N \) and \( \tilde{k}_s^a = \tilde{k}_{(34)s} \) if \( s > N \).

Fig. 3. S-matrix parameters calculation of Double-channel SCISSOR shown in Fig. 3, a, for the 3 microresonators. Coupling coefficients of the microresonators with transmission lines: \( \tilde{k}^{e}_{12} = \tilde{k}^{e}_{134} = 3 \cdot 10^{-4} \) for even oscillations; \( \tilde{k}^{o}_{12} = \tilde{k}^{o}_{134} = 2 \cdot 10^{-4} \) for odd oscillations. Open space and microresonator coupling coefficients: \( \tilde{k}_{OS} = 1 \cdot 10^{-7} \). Mutual coupling coefficients of the microresonators for even oscillations: \( k_{12}^e = k_{21}^e = 1 \cdot 10^{-4} \); for odd oscillations \( k_{12}^o = k_{21}^o = -1 \cdot 10^{-4} \). Frequency of free microresonator oscillations \( f_0 = 200 \) THz.
Calculation of filter scattering parameters

Relations (1–4) were used for calculation of the frequency dependences of the filter scattering characteristic.

Fig. 1-4 shows the frequency dependences of the modulus of the scattering matrices of the filters shown in (Fig. 1, b; Fig. 3, 4, a).

The results of the calculation of the dependence of $S_{21}(f)$ (red) and $S_{31}(f)$ (green curve) according to (1-3) as compared with the calculation data taken from [4] for 3 microresonator add-drop filter are shown in Fig. 1, c.

Fig. 2 shows theoretical scattering parameters of several add-drop filters on the 2-5 microresonators.

As can be seen from the obtained data, the constructed model correctly describes the transfer of power to the corresponding filter ports for different numbers of microresonators.

Discussion and Conclusions

In the paper, we used the real numerical values of the mutual coupling coefficients of microresonators. Also we neglected the small values of the imaginary parts of the mutual coupling coefficients in the open space. Occasionally the real and imaginary parts of the mutual coupling coefficients may have close values [9], which should be taken into account in more accurate modeling for specific forms of microresonators.

In general, a comparison of the filter scattering parameters showed that, in our opinion, Add-drop filters have the best performance.

The proposed universal algorithm, based on the use of perturbation theory for Maxwell's equations, allows us to construct new analytical models of filters, as well as quickly optimize their scattering characteristics. The presented filter models make it possible to more deeply investigate the mechanisms of interaction between microresonators in novel multiply-connected optical structures.
А. Трубін. Електродинамічне моделювання Add-drop фільтрів на оптичних мікрорезонаторах

Вступ. Проблематика. Подальше підвищення швидкості передавання інформації визначається розробкою інтегральних схем, які одночасно об'єднують в собі функції різних приймано-передавальних пристроїв. Однією із важливих складових частин оптичних інтегральних схем є різноманітні фільтри, які виконуються на так званих мікрорезонаторах з коливаннями галереї, що шепоче. Технічно проблема виготовлення подібних фільтрів в інфрачервоному і навіть у видимому діапазоні довжин хвиль вирішена, однак розрахунок параметрів і настройка багатоланкових фільтрів неможлива без подальшого розвитку теорії їх проєктування. Розвиток цієї теорії базується на електродинамічному моделюванні процесів, які відбуваються у складних системах зв'язаних мікрорезонаторів, зв'язаних також і з багатьма лініями передачі. В даній частині дослідження фільтрів, побудованих на різних мікрорезонаторах не проводилося.

Мета досліджень. Метою досліджень є розробка теорії розсіювання електромагнітних хвиль інтегральних оптичних ліній на системах зв'язаних між собою оптичних мікрорезонаторів з коливаннями галереї, що шепоче. Розробка математичних моделей Add-drop фільтрів, виконаних на основі оптичних мікрорезонаторів. Дослідження різних структур зв'язаних мікрорезонаторів з прийнятними характеристиками розсіювання.

Методика розрахунку. Для побудови математичної моделі фільтрів застосовано приближене вирішення системи рівень Максвелла, засноване на зазначеній теорії збування. Застосування методу збування дозволило знайти вирішення задачі розрахунку S - матриці Add-drop фільтрів у аналітичному вигляді.

Результати досліджень. Розроблена електродинамічна модель розсіювання хвиль оптичної лінії на системі пов'язаних мікрорезонаторів різної форми і виконаних з різного діелектрика. Досліджено нові структури мікрорезонаторів, що реалізують сумітні і режекторні фільтри і розраховані їх характеристики розсіювання. Висновки. Розширена теорія розсіювання електромагнітних хвиль на системах зв'язаних оптичних мікрорезонаторів. Застосування методів випадкових варіацій веде до збільшення залежності коефіцієнтів матриць розсіювання.

Ключові слова: Інфрачервоний діапазон; інтегральна оптика; оптичний Add-drop фільтр, мікрорезонатор, моделювання.

References

[1] Little B.E., Chu S.T., Haus H.A., Foresi J., Laine J.-P.. Microring Resonator Channel Dropping Filters // Jornal of Lightwave Techn. 1997/ Vol. 15. No. 6. PP. 998-1005.
[2] Little B.E., Chu S.T., Pan W., Ripin D., Kaneko T., Kokubun Y., Ippen E.. Vertically Coupled Glass Microring Resonator Channel Dropping Filters // IEEE Photonics Techn. Letters. 1999/ Vol. 11. No 2. PP. 215-217.
[3] Manolatou C., Khan M.J., Fan S., Villeneuve P.R., Haus H.A., Joannopoulos J.D.. Coupling of Modes Analysis of Resonant Channel Add-Drop Filters // IEEE Jornal of Quantum Electronics. 1999/ Vol. 35, No. 9. PP.1322-1331.
[4] Haus H.A., Popovic M.A., Watts M.R. and Manolatou C., Little B.E., Chu S.T.. Optical Resonators and filters. Optical Microcavities. Edited By: Kerry Vahala (California Institute of Technology, USA) Ch. 00, 2004. 516 p.
[5] Xiao S., Khan M.H.. Silicon-on-Insulator Microring Add-Drop Filters With Free Spectral Ranges Over 30 nm // Jornal of Lightwave Techn. 2008/ Vol. 26. No. 2. PP 228-236.
[6] Xu Q., Soref R. Reconfigurable optical directed-logic circuits using microring-based optical switches // Optics Express. 2011/ Vol. 19. No. 9. PP. 5244-5259.
[7] Chen G., Chen L., Ding W., Sun F., Feng R.. Polarization Rotators in Add-Drop Filter Systems With Double-Ring Resonators // IEEE Photonics Techn. Letters. 2014/ Vol. 26, No. 10. PP. 976-979.
[8] Abuja N.A., Letizia R., Alwafei F., Obayya S.. Time Domain Modeling of Optical Add-drop filter based on Micocavity Ring Resonators // IOSR Jornal of Electronics and Communication Engineering (IOSR-JECE). 2015/ Vol. 10, Is. 6. Ver. 2. PP. 77-87.
[9] Trubin A.A. Lattices of Dielectric Resonators, Springer International Publishing Switzerland. Series in Advanced Microelectronics 53, 2016. 159 p.
Трубин А.А.
Электродинамическое моделирование Add-drop фильтров на оптических микрорезонаторах

Проблематика. В настоящее время дальнейшее повышение скорости обработки и передачи информации связывается с разработкой гибридных интегральных схем, объединяющих в себе электрические и оптические компоненты. Одной из важных составляющих частей будущих оптических интегральных схем являются фильтры, которые удобно выполнять, используя так называемые дисковые микрорезонаторы с колебаниями шепчущей галлереи. Однако задача изготовления подобных фильтров в инфракрасном и даже в видимом диапазоне длин волн пока не решена. Расчет параметров и настройка многозвенных фильтров невозможны без дальнейшего развития теории их проектирования. Развитие такой теории основывается на электродинамическом моделировании процессов, которые происходят в сложных системах связанных микрорезонаторов, связанных также и с линией передачи. В настоящее время исследование фильтров, построенных на различных микрорезонаторах, проводится.

Цель исследований. Целью исследований является построение теории рассеяния электромагнитных волн интегральных оптических линий передачи на системах связанных между собой различных оптических микрорезонаторов с колебаниями шепчущей галлереи. Разработка математических моделей фильтров, выполненных с применением различных дисковых микрорезонаторов. Исследование новых структур связанных микрорезонаторов с приемлемыми характеристиками рассеяния.

Методика реализации. Для построения математической модели фильтров использовано приближенное решение уравнений Максвелла, основанное на применении теории возмущений. Применение теории возмущений позволило найти решение задачи расчета S-матрицы фильтра в аналитическом виде.

Результаты исследований. Разработана электродинамическая модель рассеяния волн оптической линии на системе связанных микрорезонаторов разной формы и выполненных из разного диэлектрика. Исследованы новые структуры микрорезонаторов, реализующих полосовые и режекторные фильтры и рассчитаны их характеристики рассеяния.

Выводы. Расширена теория рассеяния электромагнитных волн на системах разных связанных оптических микрорезонаторов. Дано новое определение коэффициентов связи разных микрорезонаторов. Построены новые модели фильтров.

Ключевые слова: инфракрасный диапазон; интегральная оптика; оптический фильтр; полосовой фильтр; режекторный фильтр; микрорезонатор.