On fat Hoffman graphs with smallest eigenvalue at least -3

Hye Jin Jang, Jack Koolen, Akihiro Munemasa, Tetsuji Taniguchi

Abstract

We investigate fat Hoffman graphs with smallest eigenvalue at least \(-3\), using their special graphs. We show that the special graph \(S(Ho)\) of an indecomposable fat Hoffman graph \(Ho\) is represented by the standard lattice or an irreducible root lattice. Moreover, we show that if the special graph admits an integral representation, that is, the lattice spanned by it is not an exceptional root lattice, then the special graph \(S^-(Ho)\) is isomorphic to one of the Dynkin graphs \(A_n\), \(D_n\), or extended Dynkin graphs \(\tilde{A}_n\) or \(\tilde{D}_n\).

Keywords

Hoffman graph, line graph, graph eigenvalue, special graph, root system
O debelih Hoffmanovih grafih z najmanjšo lastno vrednostjo najmanj -3

Povzetek

Obravnavamo debele Hoffmanove grafe, katerih najmanjša lastna vrednost je najmanj −3, pri čemer uporabljamo njihove posebne grafe. Pokažemo, da je posebni graf $S(Ho)$ nedekomponibilnega debelega Hoffmanovega grafa $Ho$ predstavljen s standardno mrežo ali z ireducibilno korensko mrežo. Pokažemo tudi, da če posebni graf dopušča integralsko reprezentacijo, če torej mreža, ki jo napenja, ni izjemna korenska mreža, potem je posebni graf $S^{-}(Ho)$ izomorfen enemu od Dynkinovih grafov $A_n$, $D_n$, ali razširjenem Dynkinovemu grafu $\tilde{A}_n$ ali $\tilde{D}_n$.

Ključne besede

Hoffmanov graf, linijski graf, lastna vrednost grafa, posebni graf, korenski sistem
