ASYMPTOTICS OF THE PERSISTENCE EXPONENT OF INTEGRATED FRACTIONAL BROWNIAN MOTION AND FRACTIONALLY INTEGRATED BROWNIAN MOTION

Рассматривается вероятность персистентности для интегрированного дробного броуновского движения и дробно интегрированного броуновского движения с параметром \( H \). Для интегрированного дробного броуновского движения обсуждается гипотеза Молчана–Хохлова и устанавливается асимптотическое поведение показателя персистентности при \( H \to 0 \) и при \( H \to 1 \), находящееся в согласии с указанной гипотезой. Для дробно интегрированного броуновского движения, называемого также процессом Римана–Лиувилля, найдено асимптотическое поведение показателя персистентности при \( H \to 0 \).

Ключевые слова и фразы: гауссовский процесс, интегрированное дробное броуновское движение, персистентность, односторонняя задача выхода, процесс Римана–Лиувилля, стационарный процесс, переход через нуль.

DOI: https://doi.org/10.4213/tvp5423

1. Introduction and main results. The area of persistence probabilities deals with properties of stochastic processes when they have long excursions, i.e., when they stay in some fixed subset of their image for an untypically long time. For real-valued processes, one usually considers the event that the process stays on a half-line. The simplest question is the persistence probability itself: For a self-similar process \((X_t)_{t\geq0}\) one expects that

\[
P(X_t < 1 \ \forall \ t \in [0, T]) = T^{-\theta + o(1)}, \quad T \to \infty,
\]

for some constant \( \theta = \theta(X) \in (0, \infty) \), called persistence exponent, which is to be determined.